

Теория 3. Какая теорема обеспечивает гиперболичность компактной ориентированной двумерной замкнутой поверхности? Привести формулу.

Характеристика Эйлера-Пуанкаре - целочисленная характеристика топологического пространства. Эйлерова характеристика пространства X обычно обозначается $\chi(X)$.

Для того, чтобы вычислить характеристику поверхности, можно:

- Задать ее триангуляцию (эйлерова характеристика не зависит от выбора триангуляции, является топологическим инвариантом). Для многогранника $\chi(S) = \text{число вершин} - \text{число ребер} + \text{число граней}$;

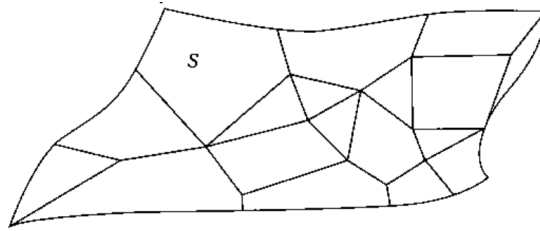


Рис. 1: Триангуляция поверхности S

- Для сферы $\chi(S) = 2$;
- Для тора $\chi(S) = 0$;
- Представить поверхность как связную сумму торов. Характеристика Эйлера для связной суммы g торов $\chi(S) = 2 - 2g$.

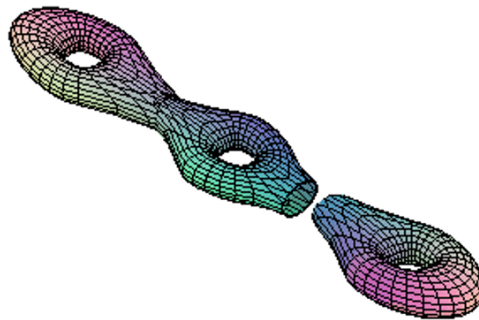


Рис. 2: Связная сумма трех торов, $\chi = -4$, $g = \gamma = 3$

Теорема 3.1 Среди компактных поверхностей гиперболическими являются в точности те, которые имеют отрицательную χ - характеристику

Род поверхности — топологическая характеристика замкнутой поверхности S . Определяется как максимальное число замкнутых непересекающихся кривых, не разделяющих поверхность на части.

Род поверхности γ связан с характеристикой Эйлера: $\chi = 2 - 2\gamma$. Таким образом, отрицательную χ -характеристику имеют поверхности с $\gamma > 1$. Гиперболическими являются все компактные поверхности за исключением семи следующих: сфера, диск, кольцо, тор, лента Мебиуса, проективная плоскость и бутылка Клейна